

Systemes Automatisés

Optimisation en sciences de l'ingénieur présente les principales méthodes exactes d'optimisation statique et dynamique. Parmi les méthodes décrites figurent :

- la programmation linéaire avec plusieurs implémentations et la programmation non linéaire particulièrement détaillée compte tenu de la grande variété d'algorithmes existants ;
- la programmation dynamique avec divers exemples d'application ;
- les réseaux de Hopfield ;
- l'optimisation en identification des systèmes ;
- l'optimisation des systèmes dynamiques avec notamment l'application à la commande des processus, l'optimisation des systèmes de grandes dimensions et des systèmes d'information.

Didactique, cet ouvrage propose des références permettant au lecteur d'approfondir les diverses méthodes traitées. Lorsque les algorithmes étudiés le permettent, sans trop agrandir les présentations, des exemples d'implémentation sont proposés pour certains algorithmes.

Les auteurs

Pierre Borne est professeur de classe exceptionnelle, ingénieur IDN, docteur en automatique et docteur ès sciences physiques.

Dumitru Popescu est professeur en contrôle automatique et l'optimisation des systèmes dynamiques.

Florin-Gheorghe Filip est chercheur en informatique appliquée et systèmes d'aide à la décision.

Dan Stefanoiu est professeur dans les domaines du traitement du signal et de l'identification des systèmes.

Hermes
Science
publications

www.hermes-science.com

978-2-7462-3897-8



Pierre Borne
Dumitru Popescu
Florin-Gheorghe Filip
Dan Stefanoiu

Optimisation en sciences de l'ingénieur



RECHERCHE • TECHNOLOGIE • APPLICATIONS

Systemes Automatisés

Optimisation en sciences de l'ingénieur

méthodes exactes

Pierre Borne
Dumitru Popescu
Florin-Gheorghe Filip
Dan Stefanoiu

Hermes

Lavoisier

Pierre BORNE
Florin G. FILIP

Dumitru POPESCU
Dan STEFANOIU

**Optimisation en sciences
de l'ingénieur
Méthodes exactes**

Hermès 2012

Cet ouvrage à été élaboré avec le support du projet européen FP7 ERRIC (*Empowering Romanian Research on Intelligent Information Technology*), contrat FP7-REGPOT-2010-1/264207.

Table de matières

Avant propos	XIII
1. PROGRAMMATION LINÉAIRE	1
1.1. Objectif de la programmation linéaire	1
1.2. Position du problème	1
1.3. Méthode de Lagrange	4
1.4. Algorithme du simplexe	5
1.4.1. Principe	5
1.4.2. Mise sous forme simpliciale	5
1.4.3. Passage d'une forme simpliciale à une autre	6
1.4.4. Résumé de l'algorithme du simplexe	8
1.5. Exemple de mise en oeuvre	11
1.6. Programmation linéaire appliquée à l'optimisation d'allocation de ressources	13
1.6.1. Domaines d'utilisation	13
1.6.2. Allocation de ressources pour la publicité	13
1.6.2.1. Position du problème	13
1.6.2.2. Mise en équation sous forme d'un problème de programmation linéaire	14
1.6.3. Optimisation d'une découpe de rouleaux de papier	15
1.6.3.1. Position du problème	15
1.6.3.2. Formulation du problème	15
1.6.4. Mise sous forme de programme linéaire d'un problème de commande optimale	17
1.6.4.1. Position du problème	17
1.6.4.2. Mise sous forme d'un programme linéaire	18
2. PROGRAMMATION NON LINÉAIRE	21
2.1. Position du problème de la programmation non linéaire	21
2.2. Conditions de Karush-Kuhn-Tucker	22
2.3. Algorithme général de recherche	24
2.3.1. Étapes principales	24
2.3.2. Calcul de la direction de recherche	26
2.3.3. Calcul du pas d'avancement	30

II Optimisation en sciences de l'ingénieur – Méthodes exactes

2.4. Méthodes monovariabiles	31
2.4.1. Méthode de Coggin (d'interpolation polynomiale)	31
2.4.2. Méthode de la Section d'or	34
2.5. Méthodes multivariabiles	37
2.5.1. Méthodes de recherche directe	37
2.5.1.1. Méthodes de recherche (directe) linéaire	38
2.5.1.2. Méthodes de recherche (directe) évolutive	44
A. Méthode de Nelder-Mead (du simplexe)	47
B. Méthode de Box (du complexe)	50
2.5.2. Méthodes de gradient	54
2.5.2.1. Méthode de Cauchy (du gradient)	55
2.5.2.2. Méthode de Newton-Raphson (de l'approximation quadratique)	59
2.5.2.3. Méthode de Gauss-Newton	64
2.5.2.4. Méthodes de Fletcher-Powell (à métrique variable)	69
2.5.2.5. Méthodes de Fletcher-Reeves (des gradients conjugués)	76
2.5.2.6. Méthodes de Rosen (des gradients projetés)	84
3. PROGRAMMATION DYNAMIQUE	97
3.1. Principe de la programmation dynamique	97
3.1.1. Position du problème	97
3.1.2. Problème décisionnel	97
3.2. Équation récurrente d'optimalité	98
3.3. Cas particuliers	99
3.3.1. Problème stationnaire à horizon infini	99
3.3.2. Problème à horizon non fixé	100
3.3.3. Problème à horizon aléatoire	100
3.3.4. Prise en compte de contraintes de type somme	100
3.3.5. Loi d'évolution aléatoire	101
3.3.6. Initialisation lorsque l'état final est imposé	102
3.3.7. Cas où les informations nécessaires ne sont pas toujours accessibles	102
3.4. Exemples	103
3.4.1. Optimisation d'un trajet	103
3.4.2. Problème du contrebandier	105
4. RÉSEAUX DE HOPFIELD	111
4.1. Structure	111

4.2. Réseaux de Hopfield dynamiques continus	111
4.2.1. Problème général	111
4.2.2. Application au problème du voyageur du commerce	116
4.3. Optimisation par réseau de Hopfield basée sur le recuit simulé	118
4.3.1. Méthode déterministe	118
4.3.2. Méthode stochastique	120
5. OPTIMISATION DANS L'IDENTIFICATION DES SYSTÈMES	125
5.1. Principe de l'identification optimale	125
5.2. Formulation des problèmes d'identification optimale	126
5.2.1. Problème général	126
5.2.2. Formulation basée sur la Théorie de l'optimisation	127
5.2.3. Formulation basée sur la Théorie de l'estimation (statistique) ..	129
5.3. Modèles usuels d'identification	132
5.3.1. Modèle général	132
5.3.2. Classe des modèles E/S rationnels (RES)	134
5.3.3. Classe des modèles autorégressives (ARMAX)	135
5.3.4. Classe des modèles d'état	139
5.4. Méthode des moindres carrés de base	140
5.4.1. Solution de type MMC	140
5.4.2. Interprétation géométrique de la solution de type MMC	144
5.4.3. Consistance de la solution de type MMC	147
5.4.4. Exemple de mise en œuvre de la MMC pour un modèle ARX ..	149
5.5. Méthodes des moindres carrés modifiées	151
5.5.1. Retrouver la consistance perdue	151
5.5.2. MMC étendue	154
5.5.3. Méthode des variables instrumentales	156
5.6. Méthode de minimisation de l'erreur de prédiction	160
5.6.1. Principe et algorithme de base	160
5.6.2. Mise en œuvre de la MMEP pour des modèles ARMAX	163
5.6.3. Convergence et consistance des estimations de type MMEP	165
5.7. Méthodes adaptatives d'identification optimale	166
5.7.1. Paradigme précision-adaptabilité	166
5.7.2. Version adaptative de base de la MMC	168
5.7.3. Version adaptative de base de la MVI	173

IV Optimisation en sciences de l'ingénieur – Méthodes exactes

5.7.4. Versions adaptatives à fenêtre des MMC et MVI	174
5.7.4.1. Algorithmes à fenêtre exponentielle	175
5.7.4.2. Algorithmes à fenêtre rectangulaire	177
6. OPTIMISATION DES SYSTÈMES DYNAMIQUES	181
6.1. Méthodes variationnelles	181
6.1.1. Variation d'une fonctionnelle	181
6.1.2. Minimisation sans contraintes	182
6.1.2.1. Variation le long de la trajectoire	182
6.1.2.2. Conditions au premier ordre	183
6.1.2.3. Intégrales premières de l'équation d'Euler	183
6.1.2.4. Conditions de Weierstrass-Erdmann	183
6.1.3. Équations canoniques de Hamilton	184
6.1.3.1. Équations de Hamilton	184
6.1.3.2. Équations de Hamilton-Jacobi	184
6.1.4. Conditions au second ordre	185
6.1.4.1. Condition de Weierstrass	185
6.1.4.2. Condition de Legendre	185
6.1.5. Minimisation en présence de contraintes	185
6.2. Application à la commande optimale d'un processus continu, principe du maximum	186
6.2.1. Formulation	186
6.2.2. Exemples de mise en oeuvre	187
6.2.2.1. Commande en temps minimum	187
6.2.2.2. Course de vitesse	191
6.2.2.3. Commande à consommation minimale	191
6.2.2.4. Commande quadratique	193
6.3. Principe du maximum, cas discret	195
6.4. Principe de la commande optimale à base de critères quadratiques	196
6.5. Conception de la commande LQ	198
6.5.1. Commande LQ à horizon fini	198
6.5.2. Commande LQ à horizon infini	206
6.5.3. Robustesse de la commande LQ	209
6.6. Filtrage optimal	212
6.6.1. Prédicteur de Kalman-Bucy	213
6.6.2. Filtre de Kalman-Bucy	219
6.6.3. Stabilité des estimateurs de Kalman-Bucy	222
6.6.4. Robustesse des estimateurs de Kalman-Bucy	223

6.7. Conception de la commande LQG	227
6.8. Problèmes d'optimisation liés aux critères linéaires quadratiques ..	230
6.8.1. Problème de la commande optimale par retour d'état	230
6.8.2. Problème de la stabilisation quadratique	235
6.8.3. Problème de la commande optimale par retour de sortie	235
7. OPTIMISATION DES SYSTÈMES DE GRANDES DIMENSIONS	237
7.1. Caractéristiques des problèmes complexes d'optimisation	237
7.2. Techniques de décomposition	238
7.2.1. Problèmes à structure bloc-diagonale	239
7.2.1.1. Algorithme de Ritter pour des POL	240
7.2.1.2. Algorithme de Rosen pour des POL	243
7.2.1.3. Algorithme de Rosen pour des PONL	244
7.2.1.4. Algorithme de Benders pour des PONL	249
7.2.2. Problèmes séparables au niveau du critère et des contraintes ...	252
7.2.2.1. Coordination par multiplicateurs de Lagrange	257
7.2.2.2. Coordination par modèle	260
7.2.2.3. Coordination mixte	264
7.3. Techniques de pénalisation	268
7.3.1. Technique de la pénalisation externe	269
7.3.2. Technique de la pénalisation interne	270
7.3.3. Technique de la pénalisation étendue	270
8. OPTIMISATION ET SYSTÈMES D'INFORMATION	273
8.1. Aperçu d'ensemble	273
8.2. Facteurs d'influence dans la construction des systèmes informatiques	274
8.3. Approches	276
8.4. Sélection des outils informatiques	280
8.5. Difficultés d'implémentation et d'utilisation	281
8.6. Évaluation	281
8.7. Conclusions	282
BIBLIOGRAPHIE	283

Avant propos

Ce livre a pour objet la présentation des principales méthodes exactes d'optimisation statique et dynamique. Il a été conçu dans le cadre du projet européen ERRIC et réalisé en coopération entre enseignants chercheurs de France et de Roumanie.

De façon à ne pas alourdir la présentation, les démonstrations ne sont le plus souvent pas présentées, seules quelques indications relatives aux principes d'établissement des divers algorithmes proposés étant données avec ajout de références permettant au lecteur intéressé d'approfondir les diverses méthodes présentées.

Lorsque les algorithmes étudiés le permettent, sans trop agrandir les présentations, des exemples d'implémentation sont proposés.

Parmi les méthodes décrites figurent :

- la programmation linéaire avec diverses implémentations ;
- la programmation non linéaire, chapitre particulièrement important compte tenu de la grande variété d'algorithmes existants ;
- la programmation dynamique avec divers exemples d'application ;
- les réseaux de Hopfield ;
- l'optimisation en identification des systèmes ;
- l'optimisation des systèmes dynamiques avec notamment l'application à la commande des processus ;
- l'optimisation des systèmes de grandes dimensions ;
- l'optimisation et les systèmes d'information.

Les techniques d'optimisation pour les problèmes difficiles mettant en œuvre des métaheuristiques et l'approche stochastique et sous-optimale seront traitées dans un autre ouvrage.

Les auteurs
Lille et Bucarest
Juillet 2012